2/a- • $z_0 = -2i = 2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right) = \left[2; -\frac{\pi}{2}\right]$

• $z_1 = \sqrt{3} - i = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}\right) = 2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right) = \left[2; -\frac{\pi}{6}\right]$

Par suite $\omega = \dfrac{\left[2; -\frac{\pi}{6}\right]}{\left[2; -\frac{\pi}{2}\right]} = \left[1; -\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}\right] = \left[1; \frac{\pi}{3}\right]$

b- • $\text{aff}\left(\overrightarrow{OM}\right) = z$ • $\text{aff}\left(\overrightarrow{M_2M_1}\right) = \omega z - \omega^2 z = (\omega - \omega^2)z$

Or $\omega = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\omega^2 = \left[1; \frac{\pi}{3}\right]^2 = \left[1; \frac{2\pi}{3}\right] = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D'où $\omega - \omega^2 = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} - \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 1$

$\Rightarrow \text{aff}\left(\overrightarrow{M_2M_1}\right) = 1 \times z = z$

Ce qui donne $\text{aff}\left(\overrightarrow{OM}\right) = \text{aff}\left(\overrightarrow{M_2M_1}\right) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{M_2M_1}$

$\Leftrightarrow OMM_1M_2$ est un parallélogramme. (1)

$\star$ $OM = |z|$ $\star$ $OM_2 = |\omega^2 z| = |\omega^2|.|z| = |z|$ car $\omega^2 = \left[1; \frac{2\pi}{3}\right]$

$\Rightarrow OM = OM_2$ (2)

Bilan : (1) et (2) $\Rightarrow OMM_1M_2$ est un losange.

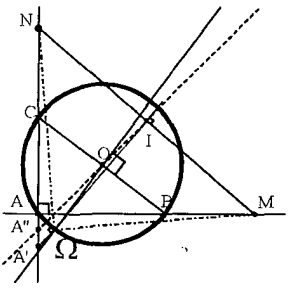
EXERCICE 2

1/ Soit M un point fixe de (AB)\{B} et N le point associé à M.

Comme $CN = BM \neq 0$ car $M \neq B$

alors il existe un **seul** déplacement

R_M tel que $\begin{cases} R_M(B) = C \\ R_M(M) = N \end{cases}$



• $R_M(B) = C$ et $R_M(M) = N$

$\Rightarrow \widehat{\left(\overrightarrow{BM}; \overrightarrow{CN}\right)}$ est l'angle de R_M

$\widehat{\left(\overrightarrow{BM}; \overrightarrow{CN}\right)} \equiv \widehat{\left(\overrightarrow{BM}; \overrightarrow{BA}\right)} + \widehat{\left(\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{CA}\right)} + \widehat{\left(\overrightarrow{CA}; \overrightarrow{CN}\right)}$ $[2\pi]$

Premier cas : $M \in (AB)\backslash[BA]$

$\Rightarrow N \in (AC)\backslash[CA]$ car M et N sont dans le même demi-plan